

DİZİLER

$f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı f fonksiyonuna **reel sayı dizisi** denir.

Tanım kümesi: $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

(a_n) ifadesine genel terim ya da n . terim denir.

$$(a_n) = (n^2 + n + 1) \text{ ise } \begin{aligned} a_1 &= 3 \\ a_2 &= 7 \\ a_3 &= 13 \\ &\vdots \end{aligned}$$

1) $(a_n) = (n^2 + 3n - 1)$ dizisinin ilk üç teriminin toplamı nedir?

$$a_1 = 1 + 3 - 1 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_2 = 4 + 6 - 1 \Rightarrow a_2 = 9$$

$$a_3 = 9 + 9 - 1 \Rightarrow a_3 = 17$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3 + 9 + 17 = 29$$

2) Genel terimi $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ olan dizinin 10. ve 20. terimlerinin toplamı nedir?

$$a_{10} = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

$$a_{20} = 1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$$

$$a_{10} + a_{20} = 265$$

3) Genel terimi

$$(a_n) = \begin{cases} 4n+1, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ -n, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ n^2-1, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

olan dizinin $a_5 + a_6$ toplamı nedir?

$$a_5 = 5^2 - 1 = 24$$

$$a_6 = 4 \cdot 6 + 1 = 25$$

$$\Rightarrow a_5 + a_6 = 24 + 25 = 49$$

4) (a_n) ve (b_n) dizileri

$$a_n = \begin{cases} 0, & n \equiv 0 \pmod{3} \\ n, & n \equiv 1 \pmod{3} \\ -n, & n \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$b_n = \sum_{k=0}^n a_k$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre

b_4 nedir?

$$\begin{aligned} b_4 &= \sum_{k=0}^4 a_k = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \\ &= 0 + 1 + (-2) + 0 + (4) \\ &= 3 \end{aligned}$$

5) Aşağıda verilenlerden hangileri bir dizi belirtir?

• $\left(\frac{1}{n}\right)$ ✓

• $(\log n)$ ✓

• $(\sin(n+1))$ ✓

• $\left(\frac{3}{n+1}\right)$ ✓

• $\left(\frac{4}{n-3}\right)$ ☹

• $\left(\frac{1}{n^2-4}\right)$ ☹

• $\left(\frac{4}{7}\right)$ ✓

• $(\log_{n+2}(n-7))$ ☹

• $\left(\sqrt{\frac{n-1}{n+3}}\right)$ ✓

• $\left(\sqrt{\frac{n-5}{n}}\right)$ ☹

• $\left(\frac{2}{4n-15}\right)$ ✓

• $\left(\frac{1}{3n-21}\right)$ ☹

6) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ için

$a_n = a_{n-1} + 2n$ ve $a_1 = 5$ ise a_{10} nedir?

$$a_n - a_{n-1} = 2n$$

$$n=2 \text{ için } a_2 - a_1 = 4$$

$$n=3 \text{ için } a_3 - a_2 = 6$$

$$n=4 \text{ için } a_4 - a_3 = 8$$

$$\vdots$$

$$n=10 \text{ için } a_{10} - a_9 = 20$$

$$+$$

$$a_{10} - a_1 = 4 + 6 + 8 + \dots + 20$$

$$a_{10} - a_1 = 108 \Rightarrow a_{10} = 113$$

$$\downarrow$$

$$5$$

7) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ için $a_n = a_{n-1} + 3$ ve $a_1 = 3$

olan (a_n) dizisi için a_{40} nedir?

$$a_n - a_{n-1} = 3$$

$$n=2 \text{ için } a_2 - a_1 = 3$$

$$n=3 \text{ için } a_3 - a_2 = 3$$

$$n=4 \text{ için } a_4 - a_3 = 3$$

$$\vdots$$

$$n=40 \text{ için } a_{40} - a_{39} = 3$$

$$+$$

$$a_{40} - a_1 = \underbrace{3 + 3 + \dots + 3}_{39 \text{ tane}}$$

$$a_{40} - 3 = 117 \Rightarrow a_{40} = 120$$

8) $a_1 = 1$, $a_n = \frac{1}{n} \cdot a_{n-1}$ ve $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ olduğuna göre a_6 nedir?

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{n} \text{ ifadesinde } n=2 \text{ için } \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}$$

$$n=3 \text{ için } \frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{3}$$

$$\vdots$$

$$n=6 \text{ için } \frac{a_6}{a_5} = \frac{1}{6}$$

$$\times$$

$$\frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \dots \frac{a_6}{a_5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \dots \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{a_6}{a_1} = \frac{1}{6!} \Rightarrow a_6 = \frac{1}{6!}$$

9) $\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $n > 1$ için

$a_n = \frac{n+3}{n+2}$, a_{n-1} ve $a_1 = 2$ olduğuna göre

a_{21} nedir?

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n+3}{n+2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot \frac{a_4}{a_3} \dots \frac{a_{21}}{a_{20}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \dots \frac{24}{23}$$

$$\frac{a_{21}}{a_1} = 6 \Rightarrow a_{21} = 12$$

10) Genel terimi $a_n = 5^n \cdot (n!)$ olan bir dizide a_n , a_{n-1} in kaç katıdır?

$$a_{n-1} = 5^{n-1} \cdot (n-1)!$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{5^n \cdot n!}{5^{n-1} \cdot (n-1)!} = \frac{5^n \cdot n \cdot (n-1)!}{5^{n-1} \cdot (n-1)!} = 5 \cdot n$$

11) $\left(\frac{n^2+2n+9}{n+3} \right)$ ifadesinin kaç tane terimi tam

sayıdır?

$$\begin{array}{r} n^2+2n+9 \quad | \quad n+3 \\ -/n^2+3n \quad \quad n-1 \\ \hline -n+9 \\ -/ -n-3 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\frac{n^2+2n+9}{n+3} = n-1 + \frac{12}{n+3} \rightarrow \boxed{n+3} \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$n+3=1 \Rightarrow n \neq -2$$

$$n+3=2 \Rightarrow n \neq -1$$

$$n+3=3 \Rightarrow n \neq 0$$

$$n+3=4 \Rightarrow n=1$$

$$n+3=6 \Rightarrow n=3$$

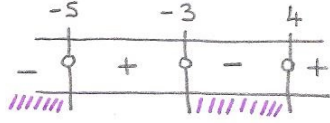
$$n+3=12 \Rightarrow n=9$$

3 tane dir.

12) $(a_n) = \left(\frac{n^2 - n - 12}{n + 5} \right)$ dizisinin kaç tane terimi

negatifdir?

$$\frac{n^2 - n - 12}{n + 5} < 0$$



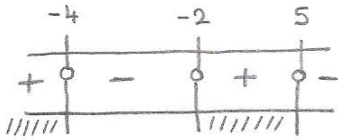
$\{1, 2, 3\}$

3 tane terimi negatiftir.

13) $(a_n) = \left(\frac{-n^2 + n + 20}{n + 2} \right)$ dizisinin kaç terimi

pozitifdir?

$$\frac{-n^2 + n + 20}{n + 2} > 0$$



$\{1, 2, 3, 4\}$

14) $(a_n) = (n^2 - 8n + 10)$ dizisinin kaç terimi

3 ten küçüktür?

$$n^2 - 8n + 10 < 3$$

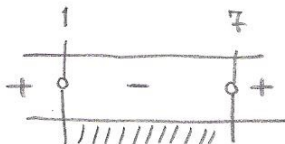
$$n^2 - 8n + 7 < 0$$

$$n^2 - 8n + 7 = 0$$

$$\begin{matrix} \wedge & \wedge \\ n & -7 \\ n & -1 \end{matrix}$$

$$n = 1$$

$$n = 7$$



$\{2, 3, 4, 5, 6\}$

5 tane dir.

• Sabit dizi: Bütün terimleri birbirine eşit olan dizi dir.

$$(a_n) = (k, k, k, \dots, k, \dots)$$

😊 $(a_n) = \left(\frac{bn + c}{dn + e} \right)$ dizisi sabit dizi ise

$$\frac{b}{d} = \frac{c}{e} \text{ dir.}$$

15) $(a_n) = \left(\frac{3n - k}{2n + 3} \right)$ dizisi sabit dizi ise

k ne olmalıdır?

$$\frac{3}{2} = \frac{-k}{3} \Rightarrow k = -\frac{9}{2}$$

• Eşit dizi:

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $(a_n) = (b_n)$ ise bu dizilere eşit dizi denir.

$$a_1 = b_1$$

$$a_2 = b_2$$

$$a_3 = b_3$$

⋮

16) $(a_n) = \left(\frac{2n - 3}{n + 1} \right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{4n - k}{2n + 2} \right)$

dizilerinin eşit olması için k kaç olmalıdır?

$$a_1 = b_1 \Rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{4 - k}{4}$$

$$-4 = 8 - 2k$$

$$2k = 12 \Rightarrow k = 6$$

• Alt diziler: $\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve $k_n \in \mathbb{N}^+$

$1 \leq k_1 < k_2 < k_3 < \dots < k_n < k_{n+1}$ olmak üzere

(a_n) dizisinde n yerine k_n yazılarak elde edilen (a_{k_n}) dizisine (a_n) dizisinin alt dizisi adını veriyoruz.

17) Aşağıdaki dizilerden hangisi (a_n) dizisinin bir alt dizisi olabilir?

A) (a_{3n+1}) B) (a_{n^2}) C) (a_{7n-1})

• D) (a_{n-3}) E) (a_{n^2+3n+1})

• Monoton diziler:

$a_{n+1} - a_n > 0$ ise monoton artan

$a_{n+1} - a_n < 0$ ise monoton azalan

$a_{n+1} - a_n \leq 0$ ise monoton artmayan

$a_{n+1} - a_n \geq 0$ ise monoton azalmayandır.

😊 $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere genel terimi

$(a_n) = \left(\frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d} \right)$ olan dizide

• $-\frac{d}{c} > 1$ ise monoton değildir.

• $-\frac{d}{c} < 1$ ise monotondur ve

$a \cdot d - b \cdot c > 0$ ise monoton artan

$a \cdot d - b \cdot c < 0$ ise monoton azalandır.

18) $(a_n) = \left(\frac{3n+5}{5n+4} \right)$ dizisinin monotonluk durumu nasıldır?

$5n+4 = 0 \Rightarrow n = -\frac{4}{5} < 1$ olduğundan monoton

$3 \cdot 4 - 5 \cdot 5 = 12 - 25 = -13 < 0$ olduğundan monoton azalandır.

19) $(a_n) = \left(\frac{3n+k}{2n+5} \right)$ dizisi monoton artan olduğuna göre k nın en büyük tam sayısı değeri kaçtır?

$$3 \cdot 5 - 2 \cdot k > 0$$

$$2k < 15$$

$$k < \frac{15}{2}$$

$$k < 7,5$$

↓

en fazla 7 olur.

ARİTMETİK DİZİ

Ardışık terimleri arasındaki farkı sabit bir sayıya eşit olan dizilere aritmetik diziler denir.

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = r$$

r : ortak fark

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_9 = a_1 + 8r$$

$$a_n = a_p + (n-p) \cdot r$$

$$a_5 = a_2 + 3r$$

$$a_5 = a_3 + 2r$$

$$a_8 = a_5 + 3r$$

$$a_7 = a_3 + 4r$$

$$a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2}$$

$$a_7 = \frac{a_5 + a_9}{2}$$

$$a_5 = \frac{a_1 + a_9}{2}$$

İlk n terim toplamı S_n olmak üzere

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1) \cdot r] \text{ dir.}$$

$$S_{10} = 5 \cdot [2a_1 + 9r]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \cdot [2a_1 + 14r]$$

$$S_{40} = 20 \cdot [2a_1 + 39r]$$

$$S_{11} = \frac{11}{2} \cdot [2a_1 + 10r]$$

20) Bir aritmetik dizide

$$a_2 = 7$$

$$a_5 = 22 \text{ olduğuna göre } a_{30} \text{ nedir?}$$

$$a_5 = a_2 + 3r \Rightarrow 22 = 7 + 3r$$

$$15 = 3r$$

$$r = 5$$

$$a_{30} = a_2 + 28r$$

$$= 7 + 28 \cdot 5 = 7 + 140 \Rightarrow a_{30} = 147$$

21) Bir aritmetik dizide

$$a_1 = 5$$

$$a_5 = 45 \text{ olduğuna göre } a_{10} \text{ nedir?}$$

$$a_5 = a_1 + 4r$$

$$45 = 5 + 4r \Rightarrow 4r = 40$$

$$r = 10$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$= 5 + 9 \cdot 10$$

$$= 95$$

22) Bir aritmetik dizide $a_8 - a_5 = 12$ olduğuna göre ortak fark nedir?

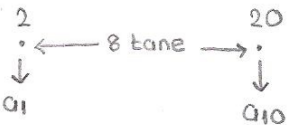
$$a_8 - a_5 = 12$$

$$(a_1 + 7r) - (a_1 + 4r) = 12$$

$$3r = 12$$

$$r = 4$$

23) 2 ve 20 sayıları arasına aritmetik diziler oluşturacak şekilde 8 tane terim yerleştirilirse bu dizinin 6. terimi kaç olur?



$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$20 = 2 + 9r \Rightarrow r = 2$$

$$a_6 = a_1 + 5r$$

$$= 2 + 5 \cdot 2$$

$$= 12$$

24) Bir aritmetik dizinin 7. terimi 4 ise 2. ve 12. terimlerinin toplamı nedir?

$$a_7 = 4$$

$$a_7 = \frac{a_2 + a_{12}}{2} \Rightarrow a_2 + a_{12} = 8$$

25) $x, y, 15, z, t$ bir aritmetik dizinin ardışık terimleridir.

Buna göre $x + y + z + t$ toplamı nedir?

$$\frac{x + t}{2} = 15 \Rightarrow x + t = 30$$

$$\frac{y + z}{2} = 15 \Rightarrow y + z = 30$$

$$x + y + z + t = 60$$

26) Ortak farkı 4, beşinci terimi 20 olan aritmetik dizinin ilk 7 teriminin toplamı nedir?

$$a_5 = a_1 + 4r$$

$$20 = a_1 + 16 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$S_7 = \frac{7}{2} \cdot [2a_1 + 6r] = \frac{7}{2} \cdot [8 + 24] = \frac{7}{2} \cdot 32$$

$$= 7 \cdot 16$$

$$= 112$$

27) Bir aritmetik dizide $a_1 = -5$ ve

$S_{20} - S_{10} = 240$ olduğuna göre S_{10} nedir?

$$10 \cdot [2a_1 + 19r] - 5 \cdot [2a_1 + 9r] = 240$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$-5 \quad -5$$

$$-100 + 190r + 50 - 45r = 240$$

$$-50 + 145r = 240$$

$$145r = 290$$

$$r = \frac{290}{145} = 2$$

$$S_{10} = 5 \cdot [2a_1 + 9r]$$

$$= 5 \cdot [-10 + 18] = 40$$

28) Bir aritmetik dizide $S_{15} - S_7 = 120$ olduğuna göre S_{22} nedir?

$$\frac{15}{2} \cdot [2a_1 + 14r] - \frac{7}{2} \cdot [2a_1 + 6r] = 120$$

$$15a_1 + 105r - 7a_1 - 21r = 120$$

$$8a_1 + 84r = 120$$

$$2a_1 + 21r = 30$$

$$S_{22} = 11 \cdot [2a_1 + 21r]$$

$$= 11 \cdot 30 = 330$$

29) Bir aritmetik dizide $a_1 = 10$ ve

$a_7 + a_{12} = 190$ olduğuna göre a_{10} nedir?

$$a_7 + a_{12} = 190 \Rightarrow a_1 + 6r + a_1 + 11r = 190$$

$$2a_1 + 17r = 190$$

$$\downarrow$$

$$20 + 17r = 190$$

$$17r = 170 \Rightarrow r = 10$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$= 10 + 90 = 100$$

30) (a_n) bir aritmetik dizidir.

$a_2 = 7$ ve $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 136$ olduğuna göre a_{12} nedir?

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 136$$

$$a_2 + 3r + a_2 + 4r + a_2 + 5r + a_2 + 6r = 136$$

$$4a_2 + 18r = 136$$

$$\downarrow$$

$$28 + 18r = 136$$

$$18r = 108$$

$$r = 6$$

$$a_{12} = a_2 + 10r$$

$$= 7 + 10 \cdot 6$$

$$\Rightarrow a_{12} = 67$$

GEOMETRİK DİZİ

Ardışık iki terimin oranı aynı olan dizilere geometrik dizi adını veriyoruz.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$$

r : ortak çarpan (ya da ortak oran)

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^3$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^6$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9$$

$$a_n = a_p \cdot r^{n-p}$$

$$a_4 = a_3 \cdot r^1$$

$$a_5 = a_2 \cdot r^3$$

$$a_{13} = a_9 \cdot r^4$$

$$a_n^2 = a_{n-p} \cdot a_{n+p} \text{ ya da}$$

$$a_n = \sqrt{a_{n-p} \cdot a_{n+p}}$$

$$a_7^2 = a_4 \cdot a_{10}$$

$$a_{12}^2 = a_7 \cdot a_{17}$$

$$a_{12} = \sqrt{a_{10} \cdot a_{14}}$$

$$a_9 = \sqrt{a_3 \cdot a_{15}}$$

İlk n terim toplamı S_n olan bir geometrik dizide

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \text{ dir.}$$

$$S_6 = a_1 \cdot \frac{1-r^6}{1-r}$$

$$S_{10} = a_1 \cdot \frac{1-r^{10}}{1-r}$$

- 31) İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan bir geometrik dizi'nin 5. terimi nedir?

$$a_5 = a_1 \cdot r^4$$

$$a_5 = 3 \cdot 2^4 \Rightarrow a_5 = 48$$

- 32) 2 ve 162 arasında uygun olan 3 tam sayı yerleştirilerek 5 sayıdan oluşan bir geometrik dizi oluşturuluyor.

Bu dizi sayısının toplamı nedir?

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & & & & & & 162 \\ \downarrow & & \cdot & & \cdot & & \downarrow \\ a_1 & & & & & & a_5 \end{array}$$

$$a_5 = a_1 \cdot r^4 \Rightarrow 162 = 2 \cdot r^4$$

$$81 = r^4$$

$$r = 3$$

$$a_2 + a_3 + a_4 = a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^3$$

$$= 6 + 18 + 54$$

$$= 78$$

- 33) Bir geometrik dizide $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{27}$ ve

$$a_3 + a_5 = 270 \text{ olduğuna göre } a_1 \text{ nedir?}$$

$$\frac{a_5}{a_3 \cdot r^2} = \frac{1}{27} \Rightarrow r = 3$$

$$a_3 + a_5 = 270 \Rightarrow a_1 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^4 = 270$$

$$9a_1 + 81a_1 = 270$$

$$90a_1 = 270$$

$$\Rightarrow a_1 = 3$$

- 34) Bir geometrik dizide $a_9 = 32$ ve $a_{12} = 4$ olduğuna göre a_5 in değeri nedir?

$$a_{12} = a_9 \cdot r^3$$

$$4 = 32 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$a_9 = a_5 \cdot r^4 \Rightarrow 32 = a_5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$32 = \frac{a_5}{16} \Rightarrow a_5 = 512$$

- 35) Bir geometrik dizi'nin ardışık üç terimi sırasıyla $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre x kaçtır?

$$(x+1)^2 = (x-2) \cdot (x+5)$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 10$$

$$-x = -11$$

$$\Rightarrow x = 11$$

- 36) $a, 5, b$ bir aritmetik dizi'nin ardışık ilk üç terimi, $a, 4, b$ bir geometrik dizi'nin ardışık ilk üç terimidir.

Buna göre $a^2 + b^2$ toplamı nedir?

$$\frac{a+b}{2} = 5 \Rightarrow a+b = 10$$

$$a \cdot b = 16$$

$$(a+b)^2 = 10^2 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 100$$

$$a^2 + 32 + b^2 = 100$$

$$a^2 + b^2 = 68$$

- 37) Bir geometrik dizi'nin ilk 6 teriminin toplamının, ilk 3 teriminin toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir. Buna göre bu dizi'nin ortak çarpanı nedir?

$$S_6 = 2\sqrt{2} \cdot S_3$$

$$\cancel{a_1} \cdot \frac{1-r^6}{1-r} = 2\sqrt{2} \cdot \cancel{a_1} \cdot \frac{1-r^3}{1-r} \Rightarrow 1+r^3 = 2\sqrt{2}$$

$$r^3 = 2\sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$$

- 38) Bir geometrik dizide $S_{10} = 33$. S_5 olduğuna göre r kaçtır?

$$\cancel{a_1} \cdot \frac{1-r^{10}}{1-r} = 33 \cdot \frac{1-r^5}{1-r} \cdot \cancel{a_1}$$

$$(1-r^5) \cdot (1+r^5) = 33 \cdot (1-r^5)$$

$$1+r^5 = 33$$

$$r^5 = 32$$

$$\Rightarrow r = 2$$

😊 Bir dizi hem aritmetik hemde geometrik bir dizi ise **sabit dizi** dir.

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$$

39) $a+d, 2ad, ad^2$ dizisinin hem aritmetik hemde geometrik dizi olabilmesi için a nın alacağı değer kaç olmalıdır?

$$a+d = 2ad = ad^2$$

$$2ad = ad^2 \Rightarrow d = 2$$

$$a+d = 2ad \Rightarrow a+2 = 4a$$

$$3a = 2$$

$$a = \frac{2}{3}$$

40) $2a+3b-10, b+5, a+b-1$ dizi hem aritmetik hemde geometrik bir dizi ise b nedir?

$$2a+3b-10 = b+5 = a+b-1$$

$$b+5 = a+b-1 \Rightarrow a = 6$$

$$2a+3b-10 = b+5$$

↓
6

$$2+3b = b+5 \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

SERİLER

(a_n) bir dizi olmak üzere

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \text{ toplamına}$$

seri adını veriyoruz.

• $\sum_{k=p}^{\infty} r^k$ geometrik serisinde

$|r| < 1$ ise seri yakınsak

$|r| > 1$ ise seri ıraksaktır.

$$\sum_{k=p}^{\infty} r^k = \frac{a_1}{1-r} \quad (a_1 = r^p \text{ ve } |r| < 1)$$

41) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ geometrik serisinin değeri nedir?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots$$

$$a_1 = 1$$

$$r = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

42) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ toplamının sonucu nedir?

$$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

43) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}}$ toplamının sonucu nedir?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

44) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ toplamının sonucu nedir?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot 2}{3^n \cdot \frac{1}{3}} = \sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$= 6 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$= 6 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = 6 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12$$

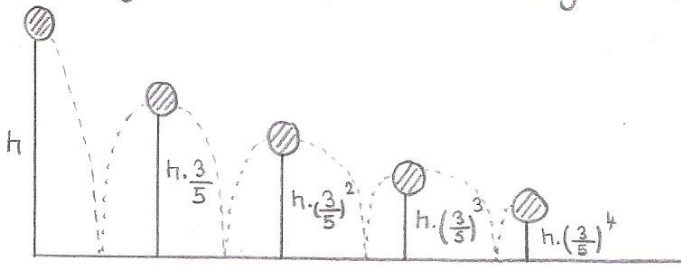
45) $1 < y < 3$ olmak üzere $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+y^n}{3^n}\right)$ toplamının sonucu nedir?

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{y}{3}\right)^n \\ = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} + \frac{\frac{y}{3}}{1-\frac{y}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} + \frac{\frac{y}{3}}{\frac{3-y}{3}} \\ = \frac{1}{2} + \frac{y}{3-y} = \frac{3-y+2y}{6-2y} = \frac{3+y}{6-2y} \end{aligned}$$

46) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{7^{n-1}}$ toplamının sonucu nedir?

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{7^{n-1}} &= 7 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{7}\right)^n \\ &= 7 \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{7}} = 7 \cdot \frac{7}{5} = \frac{49}{5} \end{aligned}$$

47) 16 metre yükseklikten serbest bırakılan bir top her defasında bir önceki düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$ 'i kadar zıplıyor. Hareket bitinceye kadar top kaç metre yol alır?



$$\begin{aligned} \text{Aldığı yol} &: h + 2h \cdot \left[\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \dots \right] \\ \frac{a_1}{1-r} &= \frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$= h + 2h \cdot \frac{3}{2}$$

$$= 4h$$

$$\Rightarrow \text{aldığı yol} : 64\text{m.}$$

😊 h: topun ilk yüksekliği

a: yükselme oranı

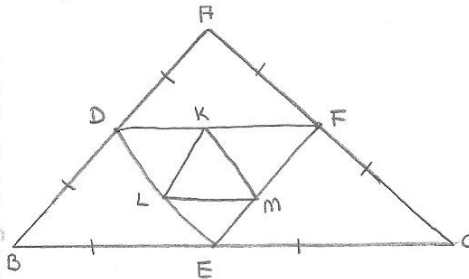
olmak üzere topun alacağı yol : $h \cdot \left(\frac{1+a}{1-a}\right)$ dir.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} h &= 16 \text{ metre} \\ a &= \frac{3}{5} \end{aligned} \right\} \text{ yol} &= 16 \cdot \frac{1+\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}} \\ &= 16 \cdot \frac{\frac{8}{5}}{\frac{2}{5}} = 16 \cdot 4 = 64 \text{ metre} \end{aligned}$$

48) 24 metre yükseklikten serbest bırakılan bir top her defasında bir önceki düştüğü yüksekliğin $\frac{2}{5}$ 'i kadar zıplıyor. Hareket bitinceye kadar kaç metre yol alır?

$$24 \cdot \frac{1+\frac{2}{5}}{1-\frac{2}{5}} = 24 \cdot \frac{\frac{7}{5}}{\frac{3}{5}} = 24 \cdot \frac{7}{3} = 56 \text{ metre}$$

49) Bir kenarı 2 cm olan bir eşkenar üçgenin kenar orta noktaları birleştirilerek yeni bir üçgen oluşturuluyor. Bu işlem elde edilen her üçgene sonsuz defa uygulandığında oluşacak tüm üçgenlerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?



$$R(ABC) = S$$

$$R(DEF) = S \cdot \frac{1}{4}$$

$$R(KLM) = S \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\text{Tüm alanlar} = S \cdot \left[1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \dots \right] = S \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = S \cdot \frac{4}{3}$$

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{4 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$\text{Tüm alan} = \frac{4 \sqrt{3}}{3}$$

50) Yarıçapı 8 cm olan bir çemberin içine her birinin yarıçapı bir öncekinin yarısı olacak şekilde sonsuz çoklukta çemberler çiziliyor.

a) Çizilen tüm çemberlerin çevreleri toplamı nedir?

yarıçapı: r olsun

$$r, r \cdot \frac{1}{2}, r \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots$$

$$2\pi r + 2\pi r \cdot \frac{1}{2} + 2\pi r \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots = 2\pi r \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots\right)$$

$$= 2\pi r \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$$

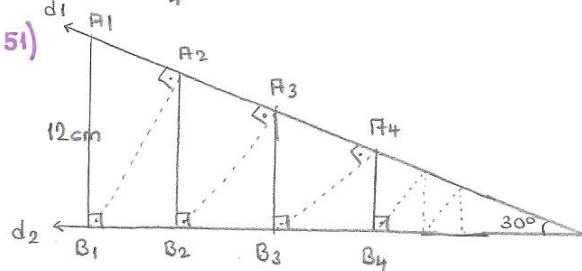
$$= 4\pi r = 32\pi$$

b) Çizilen tüm çemberlerin alanları toplamı nedir?

$$\pi r^2 + \pi r^2 \cdot \frac{1}{4} + \pi r^2 \cdot \frac{1}{16} + \pi r^2 \cdot \frac{1}{64} + \dots$$

$$= \pi r^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots\right)$$

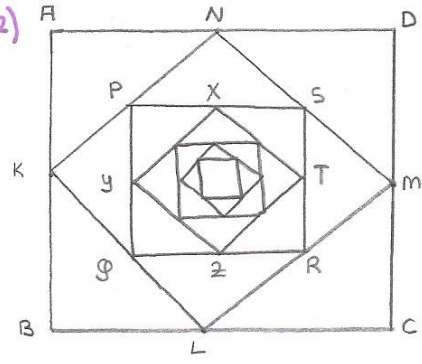
$$= \pi r^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \pi r^2 \cdot \frac{4}{3} = \pi \cdot 64 \cdot \frac{4}{3} = \frac{256\pi}{3}$$



51) d_1 doğrusu üzerinde alınan A_1 noktasından d_2 doğrusuna A_1B_1 dikmesi iniliyor. Sonra B_1 noktasından d_1 doğrusuna B_1A_2 dikmesi ve A_2 dikme ayağından da d_2 doğrusuna A_2B_2 dikmesi iniliyor ve bu işlem sonsuz defa uygulandığında inilen tüm dikmelerin uzunlukları toplamı olan $|A_1B_1| + |A_2B_2| + |A_3B_3| + \dots$ nedir?

$$= h + h \cdot \frac{3}{4} + h \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots = h \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = h \cdot \frac{4}{1} = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$$

52)



Şekildeki ABCD dikdörtgenin boyutları 12 cm ve 16 cm dir. Bu dikdörtgenin kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden bir dörtgen ve bu dörtgenin kenar orta noktaları birleştirilerek bir dikdörtgen çiziliyor.

Bu işlem sonsuz defa uygulandığında oluşan tüm dörtgenlerin çevreleri toplamı nedir?

• Dikdörtgenlerin çevreleri toplamı

$$56 + 56 \cdot \frac{1}{2} + 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots$$

$$= 56 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 112 \text{ cm}$$

• Dörtgenlerin çevreleri toplamı

$$40 + 40 \cdot \frac{1}{2} + 40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots$$

$$= 40 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 80 \text{ cm}$$

$$112 + 80 = 192 \text{ cm dir.}$$